***Геометрія***

***Тема уроку.***Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма.

***Мета уроку:***формування понять многогранник; ребра, грані, вершини многогранників; опуклий многогранник: призма; основи і бічні грані, ребра призми; висота призми; поверхня та бічна поверхня призми; вивчення властивостей граней та бічних ребер призми.

**Лекція**

Многогранники та їх елементи, опуклі многогранники

Фігури, які вивчає стереометрія, називаються тілами. Наочно тіло уявляють як частину простору, зайняту фізичним тілом і обмежену по­верхнею. Демонструємо моделі многогранників.

***Многогранником*** називають тіло (частина простору), обмежене скінченою кількістю плоских многокутників (рис. 18).

Многокутники, які обмежують многогранник, називають його ***гра­нями****,* їх сторони — ***ребрами,*** а вершини — ***вершинами*** многогранника.

На рис. 18 гранями е многокутники: *ABCD, AMLD, DLKC, BCKN, ABNM, MNKL;* ребрами — сторони *AD, DC, ВС, АВ, КС, LD, AM, NB, ML, LK, NK, MN;* вершинами —точки А, *В, C, D, Μ, Ν, Κ, L.*

Многогранник називається ***опуклим,*** якщо він лежить по один бік від площини кожного з плоских многокутників на його поверхні.

Прикладами опуклих многогранників можуть бути куб, прямокут­ний паралелепіпед, тетраедр тощо. На рис. 19 зображено неопуклий многогранник.

 Демонструємо опуклі і неопуклі многогранники. Многогранники в оточуючому середовищі зустрічаються дуже часто. Цеглина, коробка, шафа, стілець, дошка, кристал — все це моделі многогранників. Знання властивостей многогранників необхідне багатьом фахівцям.

Столяр має справу з многогранниками, вистругуючи бруски, видов­буючи в них прямокутні отвори або заглибини. Муляр кладе стіни, спо­руджуючи будівлі, у формі многогранників. Тесляри, що зводять гори­ща над будівлями, і екскаваторники, що риють котловани, і мінералоги, кристалографи, гранильники — всі мають справу з многогранниками.

### Розв'язування задач

1. Наведіть приклади предметів побуту, що є геометричними тілами.

2. Які із фігур, зображених на рис. 20, є геометричними тілами?

3. Які із зображених на рис. 21 тіл є многогранниками?

4. Наведіть приклади предметів побуту, які мають форму многогранника.

5. Наведіть приклади речовин, вивчених у курсі хімії, кристали яких мають форму многогранника.



Рис. 20

6. Скільки вершин, ребер, граней має:

 а) тетраедр; б) куб?

7. Яке найменше число ребер може мати многогранник?

*(Відповідь.* 6.)

8. Побудуйте многогранник, який має 4 грані. Скільки ребер і скіль­ки вершин він має? *(Відповідь.* Ребер — **6,** вершин — 4.)



Рис. 21

9. Скільки ребер може сходитися у вершині многогранника?

*(Відповідь.* Довільне число, але не менше трьох.)

10. Побудуйте многогранник, у якого число вершин і число граней од­накові.

11. Якщо поверхню многогранника розрізати по кількох його ребрах і розкласти на площині, то дістанемо розгортку даного многогран­ника. На рис. 22 подані деякі розгортки куба. Побудуйте розгортку куба, відмінну від поданих. *(Відповідь,* Рис. 23.)

 

12. На рис. 24 зображено розгортки многогранників. Визначте, скільки у цих многогранників вершин, граней, ребер. *(Відповідь,* а) Вершин — 8; граней — 6; ребер — 12; б) вершин — 5, граней — 5, ребер — 8.)

13. Побудуйте многогранник, який має: а) 8 ребер; б) 9 ребер; в) 11 ре­бер. *(Відповідь.* Рис. 25.)

 

*Рис. 24*

14. Побудуйте многогранник, який має 5 граней і 5 вершин. Скільки ребер він має? *(Відповідь,* 8 ребер.)

15. Побудуйте многогранник, який має 5 граней і 6 вершин. Скільки ребер він має? *(Відповідь.* 9 ребер.)

16. Доведіть, що число плоских кутів многогранника вдвічі більше від числа ребер.

17. Многогранник має 12 ребер. Скільки в нього плоских кутів?

*(Відпо­відь.* 24 кути.)

#### Призма

Можна провести пояснення нового матеріалу згідно з п. 40 § 5 під­ручника. Можна дати пояснення нового матеріалу по-іншому.

Многогранник, дві грані якого — рівні *n*-кутники з відповідно паралельними сторонами, а всі інші *n* граней — паралелограми, на­зивається ***n*-кутною призмою** (рис. 26).

 

*Демонструємо моделі призм.*

Її рівні *n*-кутники називаються **основами** призми, а паралелогра­ми — бічними гранями, сторони основи — **ребрами** основи, інші реб­ра — **бічними ребрами.**

### Завдання

Укажіть на моделях призми основи, бічні грані, ребра основи, бічні ребра.

З означення призми випливає, що основи призми рівні, а також ле­жать в паралельних площинах. Бічні ребра паралельні й рівні. Поверх­ня призми складається з основ і бічної поверхні.

Площею поверхні призми називається сума площ усіх її граней. Оскільки основи рівні, то: Sпр = Sбіч.пов + 2Socн,

де Sпр — площа поверхні призми;

Sбіч.пов — площа бічної поверхні призми;

Sосн – площа основи.

**Висотою** призми називається відстань між площинами її основ. Відрізок, який сполучає дві вершини призми, що не належать одній і рані, називається **діагоналлю** призми.

### Розв'язування задач

1. Скільки граней має *n*-кутна призма? Чи може призма мати 101 грань?

*(Відповідь.* *n*+2;так.)

1. Скільки ребер має *n*-кутна призма? Чи може призма мати 101 реб­ро?

*(Відповідь.* 3*n*; ні.)

1. Скільки вершин має *n*-кутна призма? Чи може призма мати 101 вершину?

*(Відповідь.* 2*n*; ні.)

1. Призма має 20 граней. Який многокутник лежить в ЇЇ основі?

*(Від­повідь.* 18-кутник.)

1. Назвіть предмети побуту, які мають форму призми.
2. а) Скільки діагоналей можна провести в чотирикутній; п'ятикут­ній; *n*-кутній призмі?

б) Чи існує призма, яка не має діагоналей?

*(Відповідь,* а) 4; 10; (*n* - 3)*n*; б) існує: трикутна призма.)

1. Знайдіть суму всіх плоских кутів *n*-кутної призми.

*(Відповідь.* 720° (*n* – 1).)

1. Знайдіть суму всіх двогранних кутів *n*-кутної призми.

*(Відповідь.* 360° (*n* – 1).)



1. Три грані призми — квадрати зі стороною 2 см, а дві інші — три­кутники. Накресліть цю призму та її розгортку. Знайдіть площу поверхні призми.

*(Відповідь.* Рис. 27, 12 + 2 см2.)

1. Висота призми дорівнює *Н,* а бічне ребро нахилене до площини ос­нови призми під кутом α . Знайдіть довжину бічного ребра призми.

*(Відповідь.*.)

**III. Домашнє завдання**

1) Дайте означення опуклого многогранника.

2) Скільки граней має 15-кутна призма?

3) Скільки діагоналей можна провести в семикутній призмі?