**Геометрія**

**Тема:Повторення ВЕКТОРИ У ПРОСТОРІ**

Координати вектора в просторі

Якщо початком вектора є точка А(хA; уА; zA), а кінцем — точка В(хB; уB; zB), то  (xB- xA; yB- yA; zB- zA)(рис. 1).

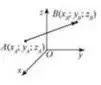


Рис. 1

Довжина вектора в просторі

Якщо є вектор  *а* (а1; а2; а3), то |а| = + а32

 де |а| — модуль вектора, a1, а2, а3 — його координати.

Одиничним називається вектор , у якого |а| = 1.

Нульовим називається вектор  (або 0), у якого початок і кінець збігаються. Нульовий вектор не має визначеного напрямку, а його модуль дорівнює нулю.

**Задача 1.** Знайдіть координати і довжини векторів

https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png, якщо А(2; -3; -1), В(-4; -8; 5), С (3; 1; -2).

Розв’язання

АВ= (- 4 - 2; -8 - (- 3); 5 - (- 1)) =  (-6; -5; 6);

https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png (3-2; 1- (- 3); - 2 - (- 1)) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png (1; 4; - 1).

|АС|= https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2544.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2545.png; https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2546.png=  =3https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2452.png.

Відповідь: АВ = (-6;-5;6), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png = (1;4;-1),  |АС|= https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2545.png; https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png = 3https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2452.png.

Рівність векторів у просторі

Якщо  (а1;а2;а3) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1;b2;b3), то 

Якщo  то  (a1; а2; а3) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1;b2;b3).

Протилежні вектори в просторі

Якщо маємо  (a1; a2; а3), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1;b2;b3) i  = -https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png, то 

Якщо маємо  (а1;а2;а3), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1;b2;b3) і  то  = -https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png

Сума векторів

У просторі для трьох векторів (ОА, ОС і OO1), які не лежать в одній площині й мають спільний початок (О), їхня сума зображається діагоналлю паралелепіпеда (ОB1), побудованого на цих векторах, причому початок вектора-суми збігається з початком цих векторів (рис. 2).



Координат вектора-суми векторів дорівнюють сумі відповідних координат даних векторів.

Сума векторів у просторі

 (а1; а2;a3) + https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1; b2; b3) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png (а1 + b1; а2 + b2; a3 + b3).

Різниця векторів у просторі  (а1; а2; а3) - https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1; b2; b3) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png (а1- b1; а2- b2; a3 - b3).

Множення вектори чи число в просторі

 ∙  (а1; а2; а3) = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png (а1; а2; а3).

**Задача 2.** Задано вектори  a(3; -2; -1); https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (1; 1; 2); https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png (-3; 2; 4). Знайдіть координати векторів  p= a + https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png, https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2555.png = a - https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png, https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2556.png = 2a + 3https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png - https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png.

Розв’язання

p =  a+ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2557.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2558.png; https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2555.png = a = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png =  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2560.png;

https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2556.png = 2a + 3a - https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2564.png.pagespeed.ce.r73RjWrsy4.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2565.png.

Відповідь: p = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2558.png; https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2555.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2565.png; https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2556.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2565.png

Колінеарність векторів у просторі

Якщо є вектори  (а1; a2; а3), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1, b2; b3) і вони колінеарні, то https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2567.png

**Задача 3**. Знайдіть значення m і n, при яких вектори  (3; m; 5) і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (- 6; - 2; n) колінеарні.

Розв’язання

У колінеарних векторів координати пропорційні, звідси  = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2572.png = .

Маємо два рівняння:

1)   m = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2574.png = 1;

2) n = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2575.png = -10.

Відповідь: m = 1, n = -10.

Скалярний добуток двох векторів у просторі

Якщо є вектори  (a1; а2; a3), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (b1; b2; b3), то  ∙ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png = a1b1+ a2b2 + a3b3.

Теорема

Скалярний добуток двох векторів **a** і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png дорівнює добутку довжин цих векторів на косинус кута між ними (рис. 3).

Отже, a ∙ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png = |a| ∙ |https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png| ∙ cosα.

Задача 4. Знайдіть кут між векторами a (1; 2; - 3) і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (2; -1; - 4).

Розв'язання

Скористаємося формулою cos = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2577.png = a ∙ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png = 1 ∙ 2 + 2 ∙ (-1) + (-3) ∙ (-4) = 2 - 2 + 12 = 12.

|a|= https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2578.png, |https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png|= https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2579.png.pagespeed.ce.yCR57ltqJb.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2580.png,

тоді cosα =  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2582.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2583.png = https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2584.png.

Звідси α = arcos https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2584.png.

Відповідь: arcos https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2584.png.

Домашнє завдання: Виконайте тест

Завдання 1—8 мають по п’ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку A.

1. Дано вектори  а (3;-2;-1), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (1;1;2), с (-3;2;4). Знайдіть координати вектора n = 2a + 3https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png - https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2608.png (17; - 8; -1) | (-20; 8; 9) | ( 2; -3; -3) | (12; -3; 0) | інша відповідь |

2. Знайдіть |https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2543.png|, якщо А (2; - 3; - 1), С(3; 1; - 2).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 3https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2452.png | 2 | 2 | 3 | 10 |

3. Дано вектори  a(4;-3;0), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (-6; 0; 8). Знайдіть | a+ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png|.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 13 | 15 | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2610.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2611.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2612.png |

4. Дано вектори  a(4;-3;0), https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (-6;0;8). Знайдіть |a| + |https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png|.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 13 | 15 | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2610.png | 50 | інша відповідь |

5. Точки А (1; 3; -1), В (2; 1; 2), С (1; -2; 1) є вершинами паралелограма ABCD. Знайдіть координати вершини О.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| D (0; 0; -2) | D (-2; 0; 0) | D (0; -2; 0) | D(1; 1; —2) | інша відповідь |

6. При якому значенні n вектори a (3; 1;5) і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (-6; - 2; n) колінеарні?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| n = 10 | n = 5 | n = 0 | n = - 5 | n = -10 |

7. При якому значенні р вектори a (3; р; -1) і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png (р; -2; 5) взаємно перпендикулярні?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| р = -5 | p = 10 | p = 5 | p = -10 | інша відповідь |

8. Одиничні вектори a  і https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png утворюють кут 120°, а одиничний вектор https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png перпендикулярний до них. Знайдіть довжину вектора  a+ https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2547.png + https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2552.png.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2613.png |  | 2 | 3 |