**Площі поверхонь та об'єм многогранників**

**1. Формули площі поверхонь і об'ємів призми**

*Площею бічної поверхні призми* є сума площ її бічних граней.

*Площею повної поверхні призми* є сума площ усіх її граней.

*Площа бічної поверхні прямої призми* дорівнює добутку периметра основи на висоту призми, тобто на довжину бічного ребра.

***Наприклад***: .



*Площу бічної поверхні при*зми можна обчислити за формулою:

,

де Р – периметр перпендикулярного перерізу (перерізу призми площиною, яка перпендикулярна до бічних ребер і перетинає всі її бічні ребра), АА1 – довжина бічного ребра.



*Площа повної поверхні призми* () дорівнює сумі площі бічної поверхні () і площ двох основ ():

*.*

*Об'єм V призми* дорівнює добутку площі основи на висоту:

*.*

*Об'єм*V *призми* можна обчислити за формулою

,

де  — площа перпендикулярного перерізу, АА1—довжина бічного ребра.

*Об'єм прямокутного паралелепіпеда* дорівнює добутку його вимірів:

.



*Об'єм V куба* дорівнює кубу його ребра:

.

**2. Формули площі поверхонь і об'ємів піраміди**

*Площею повної поверхні піраміди* є сума площ усіх її граней (тобто основи і бічних граней), а площею бічної поверхні піраміди — сума площ її бічних граней:

.

***Наприклад***: *.*



*Площа бічної поверхні правильної піраміди* дорівнює половині добутку периметра основи на апофему:



де *l* – апофема.

***Наприклад***: .



Якщо бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом φ, а площа основи дорівнює , то *площа бічної поверхні піраміди*

.

*Об’єм піраміди* дорівнює третині добутку площі основи на висоту:

.



*Площа повної поверхні зрізаної піраміди* дорівнює сумі площ усіх її граней (тобто основ і бічних граней), а *площа бічної поверхні зрізаної піраміди* – сумі площ її бічних граней

.

***Наприклад***: , де .



*Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди* дорівнює добутку півсуми периметрів основ на апофему.

,

де Р1, Р2 – периметри основ, *l* – апофема.



*Об’єм V зрізаної піраміди*, висота якої *H*, а площі основ дорівнюють S1 і S2, обчислюється за формулою:

*.*

**Виконайте тест**

Завдання 1—8 мають по п’ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильнy, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Знайдіть площу поверхні куба, якщо площа його діагонального перерізу дорівнює Q.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| Q |  Q |  2Q | 2Q |  3Q |

2. Знайдіть висоту правильної трикутної піраміди, якщо сторона основи дорівнює а, а бічна поверхня вдвічі більша за площу основи.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2381.png  |  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2382.png  | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2311.png  | 2а | а |

3. Сторона основи правильної шестикутної призми дорівнює а, а бічне ребро — b. Знайдіть об’єм призми.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2383.png а2b |  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2384.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2385.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2341.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2386.png а2b |

4. Знайдіть об’єм правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо бічне ребро дорівнює 3 см, а сторони основ — 5 см і 1 см.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 6https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 |  8https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 | 10https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 | 12 см3 | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2387.png см3 |

5. Знайдіть об’єм куба, якщо площа його повної поверхні дорівнює S.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2388.png)3 |  (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2389.png)3 | (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2390.png)3 | S3 |  (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2391.png)3 |

6. Знайдіть висоту правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо сторони її основ дорівнюють а і b (а > b), а площа бічної поверхні дорівнює сумі площ основ.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2392.png |  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2393.png  | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2134.png  | ab | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2394.png |

7. Бічні ребра трикутної піраміди дорівнюють а, b, с і взаємно перпендикулярні. Знайдіть об’єм піраміди.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| аbc |  https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png abc |  abc |  abc | 2abc |

8. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює а. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо її бічної грані, дорівнює R.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 6R2 sin а | 6R2 cos2 https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1982.png sin a | 6R2 sin a cos а | 6R2 sin2 https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1982.png cosa | 6R2 cosa |

У завданні 9 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний. на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицю відповідей до завдань на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

9. На рисунку зображено правильну чотирикутнику піраміду, висота і бічне ребро якої дорівнюють З і 5. Установіть відповідність між геометричними величинами (1—4) та їх числовими значеннями (А—Д).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | діагональ основи піраміди | А | 4 |
| 2 | площа діагонального перерізу | В | 8 |
| 3 | площа основи піраміди | Б | 12 |
| 4 | потроєний об’єм піраміди | Г | 32 |
|   |   | Д | 96 |





Розв’яжіть завдання 10—12. Одержані відповіді запишіть у бланку А.

10. Знайдіть площу (у см2) повної поверхні правильної чотирикутної піраміди, в якій висота дорівнює 12 см, а апофема — 13 см.

Уроки можна переглянути за посиланням

[https://www.youtube.com › watch](https://www.youtube.com/watch?v=qkCCrc71oUE)

[https://www.youtube.com › watch](https://www.youtube.com/watch?v=7XtWWEnKvUQ)

 -