**Площі поверхонь та об'єм многогранників**

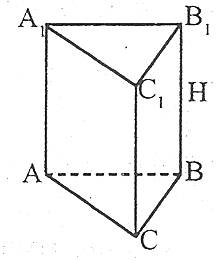
**1. Формули площі поверхонь і об'ємів призми**

*Площею бічної поверхні призми* є сума площ її бічних граней.

*Площею повної поверхні призми* є сума площ усіх її граней.

*Площа бічної поверхні прямої призми* дорівнює добутку периметра основи на висоту призми, тобто на довжину бічного ребра.

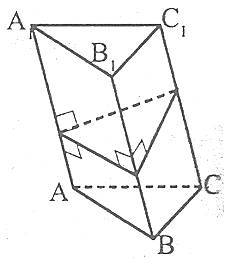
***Наприклад***: http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_331.png.



*Площу бічної поверхні при*зми можна обчислити за формулою:

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_332.png,

де Р – периметр перпендикулярного перерізу (перерізу призми площиною, яка перпендикулярна до бічних ребер і перетинає всі її бічні ребра), АА1 – довжина бічного ребра.



*Площа повної поверхні призми* (http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_333.png) дорівнює сумі площі бічної поверхні (http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_334.png) і площ двох основ (http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_335.png):

*http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_336.png.*

*Об'єм V призми* дорівнює добутку площі основи на висоту:

*http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_337.png.*

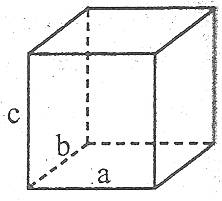
*Об'єм*V *призми* можна обчислити за формулою

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_338.png,

де http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_339.png — площа перпендикулярного перерізу, АА1—довжина бічного ребра.

*Об'єм прямокутного паралелепіпеда* дорівнює добутку його вимірів:

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_340.png.



*Об'єм V куба* дорівнює кубу його ребра:

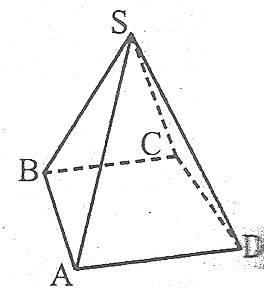
http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/834/geometr_341.png.

**2. Формули площі поверхонь і об'ємів піраміди**

*Площею повної поверхні піраміди* є сума площ усіх її граней (тобто основи і бічних граней), а площею бічної поверхні піраміди — сума площ її бічних граней:

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_342.png.

***Наприклад***: http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_343.png*.*

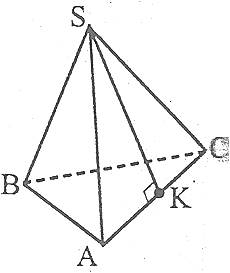


*Площа бічної поверхні правильної піраміди* дорівнює половині добутку периметра основи на апофему:

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_344.png

де *l* – апофема.

***Наприклад***: http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_345.png.

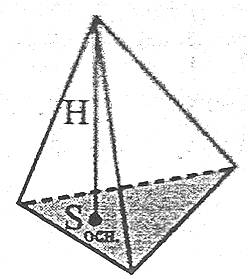


Якщо бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом φ, а площа основи дорівнює http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_346.png, то *площа бічної поверхні піраміди*

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_347.png.

*Об’єм піраміди* дорівнює третині добутку площі основи на висоту:

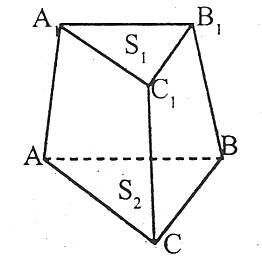
http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_348.png.



*Площа повної поверхні зрізаної піраміди* дорівнює сумі площ усіх її граней (тобто основ і бічних граней), а *площа бічної поверхні зрізаної піраміди* – сумі площ її бічних граней

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_349.png.

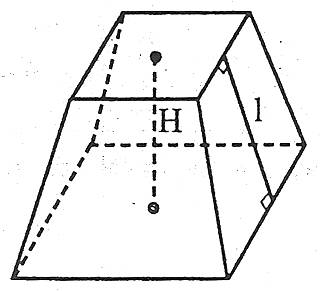
***Наприклад***: http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_350.png, де http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_351.png.



*Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди* дорівнює добутку півсуми периметрів основ на апофему.

http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_352.png,

де Р1, Р2 – периметри основ, *l* – апофема.



*Об’єм V зрізаної піраміди*, висота якої *H*, а площі основ дорівнюють S1 і S2, обчислюється за формулою:

*http://zno.academia.in.ua/pluginfile.php/8359/mod_book/chapter/835/geometr_353.png.*

**Виконайте тест**

Завдання 1—8 мають по п’ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильнy, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Знайдіть площу поверхні куба, якщо площа його діагонального перерізу дорівнює Q.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| Q | Q | 2Q | 2Q | 3Q |

2. Знайдіть висоту правильної трикутної піраміди, якщо сторона основи дорівнює а, а бічна поверхня вдвічі більша за площу основи.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2381.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2382.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2311.png | 2а | а |

3. Сторона основи правильної шестикутної призми дорівнює а, а бічне ребро — b. Знайдіть об’єм призми.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2383.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2384.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2385.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2341.png а2b | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2386.png а2b |

4. Знайдіть об’єм правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо бічне ребро дорівнює 3 см, а сторони основ — 5 см і 1 см.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 6https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 | 8https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 | 10https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png см3 | 12 см3 | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2387.png см3 |

5. Знайдіть об’єм куба, якщо площа його повної поверхні дорівнює S.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2388.png)3 | (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2389.png)3 | (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2390.png)3 | S3 | (https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2391.png)3 |

6. Знайдіть висоту правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо сторони її основ дорівнюють а і b (а > b), а площа бічної поверхні дорівнює сумі площ основ.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2392.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2393.png | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2134.png | ab | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image2394.png |

7. Бічні ребра трикутної піраміди дорівнюють а, b, с і взаємно перпендикулярні. Знайдіть об’єм піраміди.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| аbc | https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1368.png abc | abc | abc | 2abc |

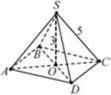
8. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює а. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо її бічної грані, дорівнює R.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | Б | В | Г | Д |
| 6R2 sin а | 6R2 cos2 https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1982.png sin a | 6R2 sin a cos а | 6R2 sin2 https://subject.com.ua/mathematics/zno_2017/zno_2017.files/image1982.png cosa | 6R2 cosa |

У завданні 9 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний. на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицю відповідей до завдань на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

9. На рисунку зображено правильну чотирикутнику піраміду, висота і бічне ребро якої дорівнюють З і 5. Установіть відповідність між геометричними величинами (1—4) та їх числовими значеннями (А—Д).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | діагональ основи піраміди | А | 4 |
| 2 | площа діагонального перерізу | В | 8 |
| 3 | площа основи піраміди | Б | 12 |
| 4 | потроєний об’єм піраміди | Г | 32 |
|  |  | Д | 96 |





Розв’яжіть завдання 10—12. Одержані відповіді запишіть у бланку А.

10. Знайдіть площу (у см2) повної поверхні правильної чотирикутної піраміди, в якій висота дорівнює 12 см, а апофема — 13 см.

Уроки можна переглянути за посиланням

[https://www.youtube.com › watch](https://www.youtube.com/watch?v=qkCCrc71oUE)

[https://www.youtube.com › watch](https://www.youtube.com/watch?v=7XtWWEnKvUQ)

 -